Probabilités et coïncidences

Alexandre Vial

11 août 2011

1 Dates et coïncidences

Suite à la lecture de l'ouvrage « Devenez sorciers, devenez savants » de Georges Charpak et Henri Broch [1], j'ai décidé de replonger dans mes cours de proba de Terminale C (déjà plus de vingt ans de cela). Dans un chapitre est en effet abordée la question de savoir s'il faut s'émerveiller ou pas du fait qu'un astrologue ait prédit 169 tremblements de terre pour les années 1994-1995-1996, et que 33 des dates données aient effectivement correspondu à des dates de séismes.

Les auteurs ont répertorié 196 dates de séismes pour les 1096 jours correspondants à ces trois années, et donnent comme probabilité d'avoir 33 dates communes $7,1\%$, sans donner le détail du calcul. En faisant l'analogie avec mes vieux cours et les histoires de tirages de boules blanches ou rouges dans une urne, j'en suis arrivé à la conclusion qu'il me fallait calculer trois choses :

- le nombre de combinaisons de 169 dates parmi 1096, ce qui donne le nombre total de possibilités, noté C_{1096}^{169} (pour rappel, $C_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!p!}$) ;
- le nombre de combinaisons de 33 dates de séismes parmi 196 dates de séismes ;
- le nombe de combinaisons de 169-33=136 dates parmi 1096-196=900 autres dates.

Cela donne pour finir $p(33) = \dfrac{C_{196}^{33}.C_{900}^{136}}{C_{1096}^{169}} = 0,0705$, ce qui est bien le résultat attendu.

On peut refaire le calcul pour un nombre n de date correctes variant de 0 à 169, le calcul est donc $p(n) = \dfrac{C_{196}^{n}.C_{900}^{169-n}}{C_{1096}^{169}}$, et l'on peut tracer le graphique (figure 2) présenté dans le livre.

On voit que la probabilité de prévoir moins de 12 dates correctes est négligeable, de même que la probabilité d'en prévoir plus de 50.

2 Jouons avec les cartes

On peut reprendre le même genre de calcul, avec un jeu de 32 cartes. Si une persone choisit 8 cartes au hasard, quelle est la probabilité qu'une autre personne en choisissant également 8 au hasard en ait n en commun ? La réponse est $p(n) = \dfrac{C_8^n.C_{24}^{8-n}}{C_{32}^8}$. Le résultat est présenté sur la figure 2.

On voit que la probabilité d'avoir 2 cartes communes dépasse les 35% ! Si on y ajoute la probabilité d'avoir 3 cartes communes, on arrive à $58,5\%$. On peut donc proposer un petit jeu malhonnête à un ami, du genre « je parie que je devine 2 ou 3 cartes des 8 que tu choisis en en choisissant moi-même 8 ». Si chacun mise 1 €, l'espérance mathématique vaut $0,585 \times 1 - 0,415 \times 1 = 0,17$, c'est-à-dire qu'on gagne en moyenne 17 centimes à chaque partie.

1. « Devenez sorciers, devenez savants » de Georges Charpak et Henri Broch, éditions Odile Jacob, 2002

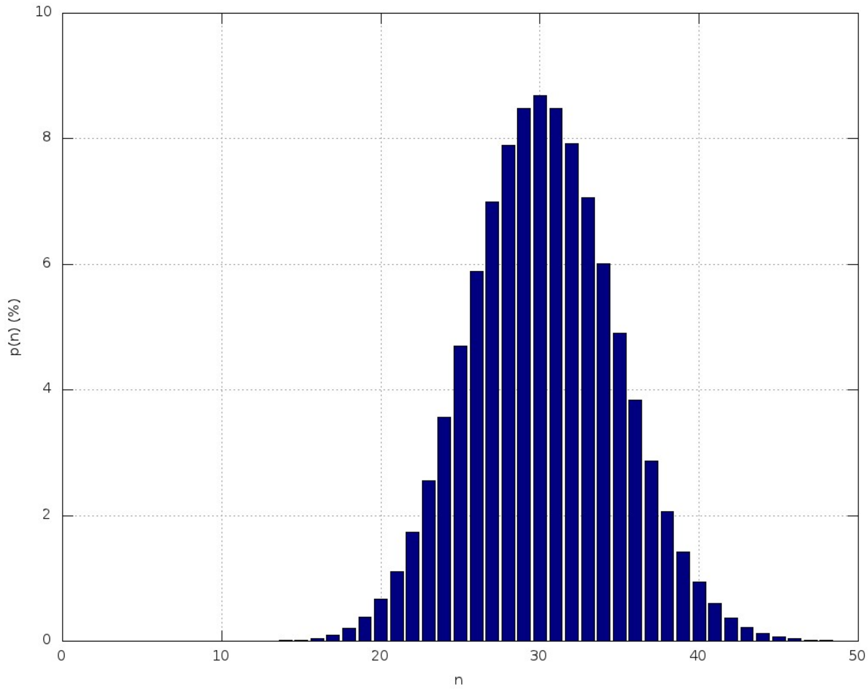

FIGURE 1 – Probabilité de prévoir n dates correctes sur 169 annoncées parmi 196 avérées sur 1096 jours.

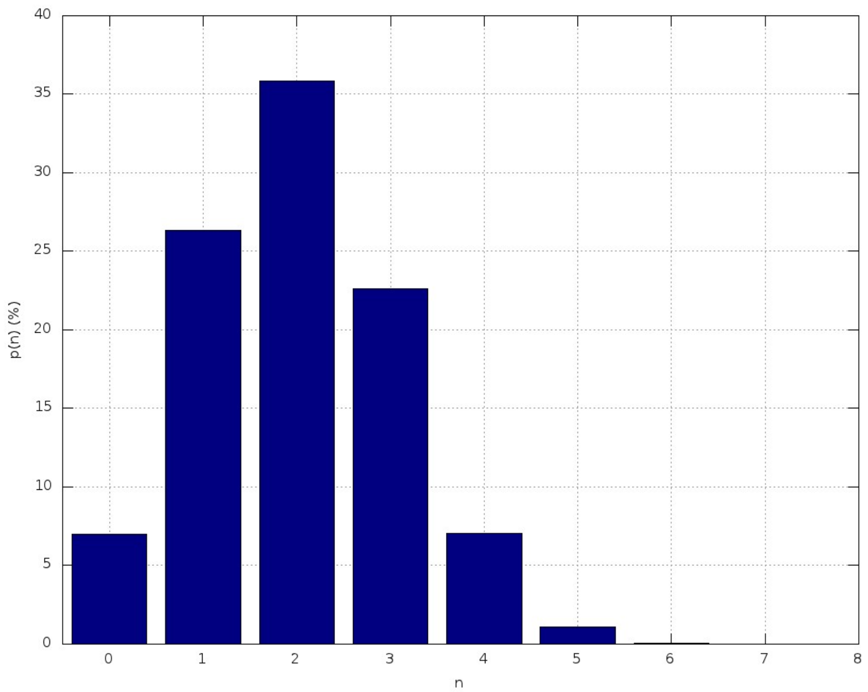

FIGURE 2 – Probabilité de trouver n cartes communes pour deux tirages de 8 cartes parmi 32.