

Alexandre Vial

Résumé

Limite
ombre-lumière

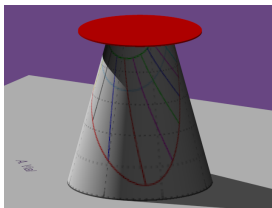
Lignes
horaires

Théorie du cadran à chapeau : cas du tronc cône

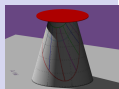
Alexandre Vial

SAF - Commission des cadrans solaires

16 octobre 2010



Résumé de l'épisode précédent



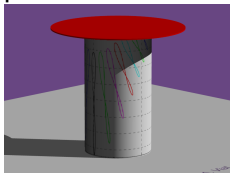
Alexandre Vial

Résumé

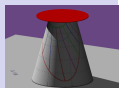
Limite
ombre-lumière

Lignes
horaires

- *Théorie du cadran à chapeau* à tronc cylindrique, présentation lors de la CCS du 30 mai 2009



Résumé de l'épisode précédent



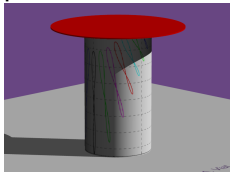
Alexandre Vial

Résumé

Limite
ombre-lumière

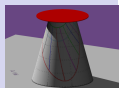
Lignes
horaires

- *Théorie du cadran à chapeau* à tronc cylindrique, présentation lors de la CCS du 30 mai 2009



- Succession de styles droits fictifs, il suffit de calculer la longueur d'un style

Résumé de l'épisode précédent



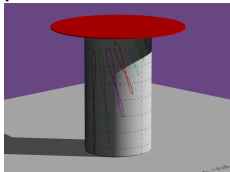
Alexandre Vial

Résumé

Limite
ombre-lumière

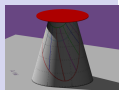
Lignes
horaires

- *Théorie du cadran à chapeau* à tronc cylindrique, présentation lors de la CCS du 30 mai 2009



- Succession de styles droits fictifs, il suffit de calculer la longueur d'un style
- Si on remplace le cylindre par un cône, je ne sais pas faire !

Problème de la limite ombre-lumière



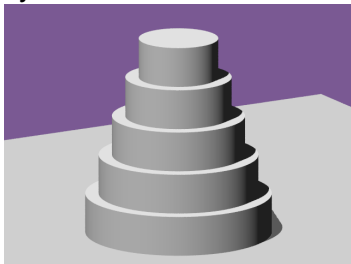
Alexandre Vial

Résumé

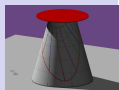
Limite
ombre-lumière

Lignes
horaires

Peut-on considérer un cône comme une superposition de cylindres ?



Problème de la limite ombre-lumière



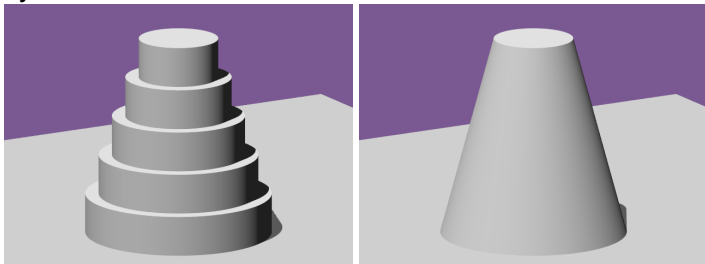
Alexandre Vial

Résumé

Limite ombre-lumière

Lignes horaires

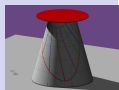
Peut-on considérer un cône comme une superposition de cylindres ?



Non !

Les limites ne sont pas dans le plan vertical passant par l'axe du cône.

Problème de la limite ombre-lumière



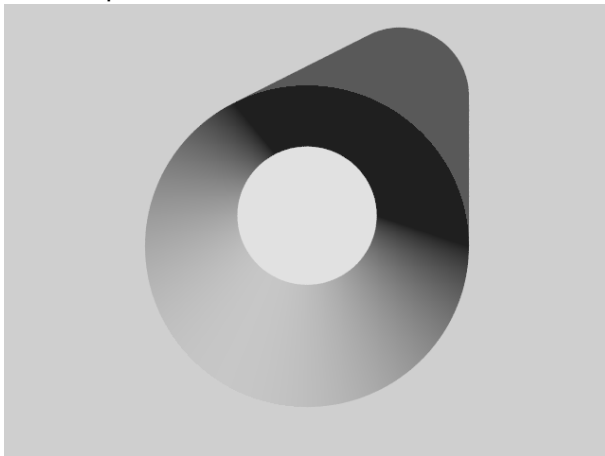
Alexandre Vial

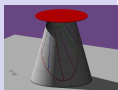
Résumé

Limite
ombre-lumière

Lignes
horaires

On comprend mieux vu du dessus





Alexandre Vial

Résumé

Limite
ombre-lumière

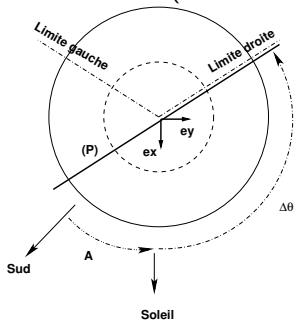
Lignes
horaires

Problème de la limite ombre-lumière

Principe du calcul

- \vec{n} : vecteur normal au cône
- \vec{s} : vecteur donnant la position du Soleil
- limite ombre-lumière : $\vec{n} \cdot \vec{s} = 0$
- h : hauteur du Soleil
- α : demi-angle d'ouverture au sommet du cône

$$\Delta\theta = \arccos(-\tan \alpha \tan h)$$



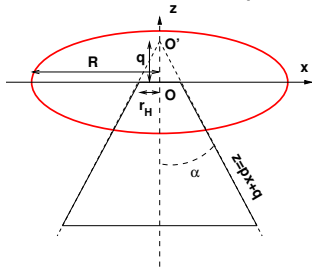
Limite si

$$\alpha < \pi/2 - h \Leftrightarrow \alpha < \phi - \epsilon$$

Calcul des lignes

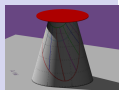
On cherche l'intersection de l'ombre du chapeau (disque de rayon R) avec une des deux lignes délimitant les zones claires et sombres.

On prend un point quelconque A du bord du chapeau, de coordonnées $(x_A, y_A, 0)$. On calcule sa projection A' parallèlement au vecteur \vec{s} dans le plan (P) passant par l'axe du cylindre et la limite de droite par exemple



$$-x_A \tan h + y_A \left(\frac{\tan h}{\tan \Delta\theta} - \frac{p}{\sin \Delta\theta} \right) - q = 0.$$

Tracé des lignes



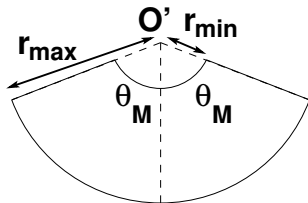
Alexandre Vial

Résumé

Limite
ombre-lumière

Lignes
horaires

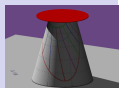
Pour tracer les lignes horaires, on va « dérouler le cône »



On travaille en coordonnées polaires :

- longueur de l'ombre : $r = \sqrt{x_{A'}^2 + y_{A'}^2 + (z_{A'} - q)^2}$.
- angle : $\theta = \frac{-A + \Delta\theta - \pi/2}{\sqrt{1 + p^2}}$

Exemple de lignes



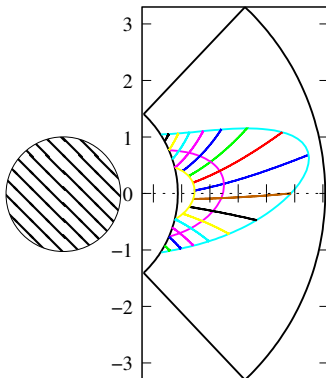
Alexandre Vial

Résumé

Limite
ombre-lumière

Lignes
horaires

$\phi = 48,3^\circ$, avec $R = 1$, $r_H = 0,5$ et $\alpha = 15^\circ$
R=1 r_H=0.5 pente=-3.7321



Cadran

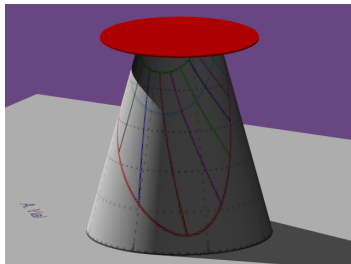
Alexandre Vial

Résumé

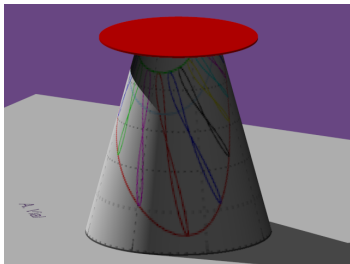
Limite
ombre-lumière

Lignes
horaires

$\phi = 48,3^\circ$, avec $R = 1$, $r_H = 0,5$ et $\alpha = 15^\circ$



(a) Le 21 mars à midi solaire.



(b) Le 21 mars à midi moyen.

FIGURE: Cadran final, sans et avec analemma.

Et si on change la forme du
chapeau ?

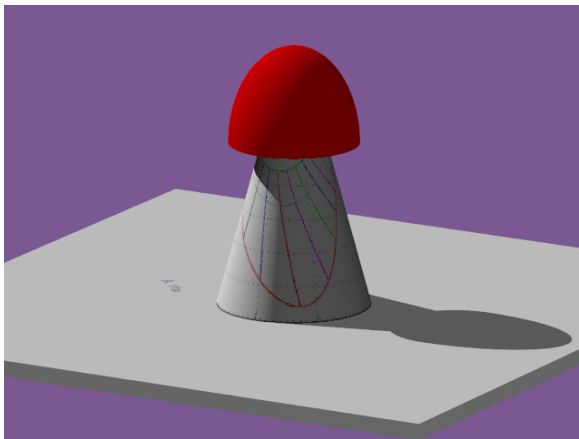
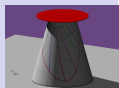


FIGURE: Cadran champignon.



Alexandre Vial

Résumé

Limite
ombre-lumière

Lignes
horaires